

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.

Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-7-1997

Opción A

Ejercicio 1. La función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & \text{si } x \leq 1, \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$ es derivable en todo su dominio.

(a) ¿Cuanto vale k ? ¿Cuánto vale $f'(1)$? Justifica las respuestas

(b) Para el valor de k hallado en el apartado anterior, dibuja la región limitada por la gráfica de la función f , el eje OX , el eje OY y la recta $x = 2$

(c) Halla el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 2. Se considera la función $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x - 2| + \sqrt{x - 1}$. Calcula, de manera razonada, su función derivada.

Ejercicio 3. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$, calcula de forma razonada el valor de los siguientes determinantes sin

desarrollarlos: $\begin{vmatrix} 5x & 5y & 5z \\ 1 & 0 & 3/5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 2x+5 & 2y & 2z+3 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$

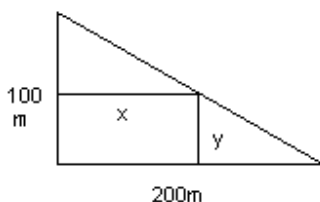
Ejercicio 4.- Considera el punto $P = (1, 0, -1)$ y la recta de ecuaciones $r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$

(a) Halla la distancia del punto P a la recta r .

(b) Determina el plano que pasa por P y contiene a la recta r

Opción B

Ejercicio 1. Sobre un terreno en forma de triángulo rectángulo cuyos catetos miden 100 m y 200 m respectivamente se quiere construir un edificio de planta rectangular como se muestra en la figura. Hallar las dimensiones que debe tener dicha planta para que su superficie sea máxima



Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

(a) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f en su punto de inflexión..

(b) Dibuja el recinto limitado por la gráfica de la función f , la recta tangente en su punto de inflexión y el eje OY .

(c) Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. De las matrices $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$, se sabe que $A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

(a) ¿Tiene A inversa? Justifica la respuesta y si la respuesta es afirmativa cuál es la inversa de A .

(b) ¿Es cierto que $A \cdot B = B \cdot A$ en este caso?

Ejercicio 4. (a) Sean P y Q dos puntos del plano situados, respectivamente, en los ejes OX y OY que son distintos del origen de coordenadas O . ¿Cuántas circunferencias pasan simultáneamente por O , P y Q ? Justifica la respuesta

(b) Describe un procedimiento geométrico para calcular una circunferencia de las mencionadas anteriormente.

(c) Aplica el procedimiento descrito para calcular el centro y el radio de una circunferencia que pasa por los puntos $P=(2,0)$, $Q=(0,2)$ y $O=(0,0)$.